

Sequências

Teoria

Em muitas situações da vida nos deparamos com sequências, sejam numéricas, de imagens, de sons, de cores... O que há em comum em todas são os padrões, pois cada sequência apresenta um padrão que podemos chamar de lei de formação. Neste material, aprenderemos a representar uma sequência e sua lei de formação.

Representação

Em questões de vestibulares, as sequências recorrentes são as sequências numéricas.

Representamos uma sequência numérica qualquer da seguinte forma:

$$(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n)$$

Em que $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ são os termos da sequência, e os números que ficam no cantinho inferior direito indicam a posição do termo; logo:

- $A_1 \rightarrow$ primeiro termo;
- $A_2 \rightarrow$ segundo termo;
- $A_3 \rightarrow$ terceiro termo;
- $A_n \rightarrow$ enésimo termo (podendo ser o último termo da sequência ou um termo qualquer no meio da sequência).

Observação: uma sequência pode ser finita ou infinita:

- $(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n) \rightarrow$ sequência finita. Exemplo: $(2, 4, 6, 8, 10)$;
- $(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots) \rightarrow$ sequência infinita. Exemplo: $(0, 1, 2, 3, 4, \dots)$.

Lei de formação (ou recorrência)

Determina o padrão da sequência e permite calcular qualquer termo utilizando termos anteriores. Podemos escrever a lei de formação analisando a relação entre os termos.

Observe a sequência: $(2, 4, 6, 8, \dots, 68, \dots)$. Determine:

(A) Sua lei de formação:

$$2 = a_1 = 2 \cdot 1$$

$$4 = a_2 = 2 \cdot 2$$

$$6 = a_3 = 2 \cdot 3$$

$$8 = a_4 = 2 \cdot 4$$

$$\dots = a_n = 2 \cdot n$$

Logo, a lei de formação é: $a_n = 2n$.

(B) A posição do número 68:

Aplicando o número na lei de formação, temos que:

$$68 = 2n$$

$$n = 3$$

(C) O número que ocupa a 100ª posição:

Aplicando o número na lei de formação, temos que:

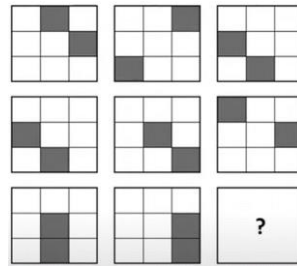
$$a_{100} = 2 \cdot 100$$

$$a_{100} = 200$$

Exercícios de fixação

- Qual a lei de recorrência da sequência (4, 7, 10, 13, ...)?
- É muito comum que sequências seja um assunto cobrado em teste de lógicas de processo seletivos de empresa, esteja você se candidatando a cargos de áreas de "humanas" ou de "exatas". Um exemplo de problema comum é visto abaixo:

Observe a sequência de imagens e assinale aquela que compelta a sequência corretamente.



- (A)
- (B)
- (C)
- (D)

- Considere a sequência de números cuja fórmula de recorrência é: $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n = a_{n-1} + 3; n \geq 2 \end{cases}$. Determine o valor do quinto termo desta sequência.
- A equação a seguir segue um padrão sequencial. A partir disso, calcule o valor de x :

$$x + 1 + x - 2 + x + 3 + x - 4 + \dots + x + 499 + x - 500 = 1750$$
- Considere a sequência de números e letras abaixo. Determine o centésimo sexto termo da sequência.

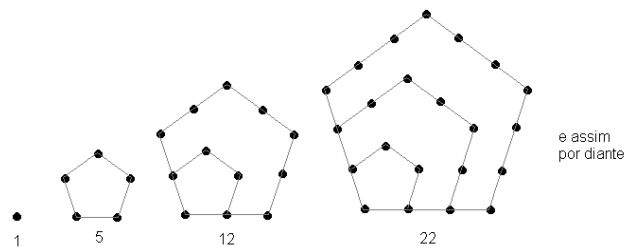
$$1, i, -1, -i, 1, i, -1, -i, 1, i, -1, -i, \dots$$

Exercícios de vestibulares



1. A sequência de números 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 ... é conhecida como sequência de Fibonacci, em que um termo é obtido pela soma dos dois anteriores (a partir do terceiro). O 14º termo desta sequência é:
- (A) 89.
(B) 144.
(C) 233.
(D) 377.
(E) 610.

2. Números pentagonais são aqueles números naturais cujas unidades podem ser dispostas de modo a representar um pentágono regular. Abaixo, temos uma ilustração dos quatro primeiros números pentagonais.



O próximo número pentagonal é:

- (A) 28.
(B) 32.
(C) 35.
(D) 37.
(E) 48.
3. Considere a sequência de números definida abaixo:
- o primeiro termo vale 7;
 - o segundo termo vale 4;
 - do terceiro em diante, cada termo será a diferença entre os dois termos anteriores, sendo essa diferença sempre expressa com sinal positivo.
- O 8º termo dessa sequência vale:
- (A) 2.
(B) 3.
(C) 4.
(D) 1.
(E) 0.
-

4. A senha de meu cofre é dada por uma sequência de seis números, todos menores que 100, que obedece a determinada lógica. Esqueci o terceiro número dessa sequência, mas lembro-me dos demais. São eles: (32, 27, __, 30, 38, 33). Assim, qual o terceiro número da sequência?
- (A) 35.
(B) 31.
(C) 34.
(D) 40.
(E) 28.



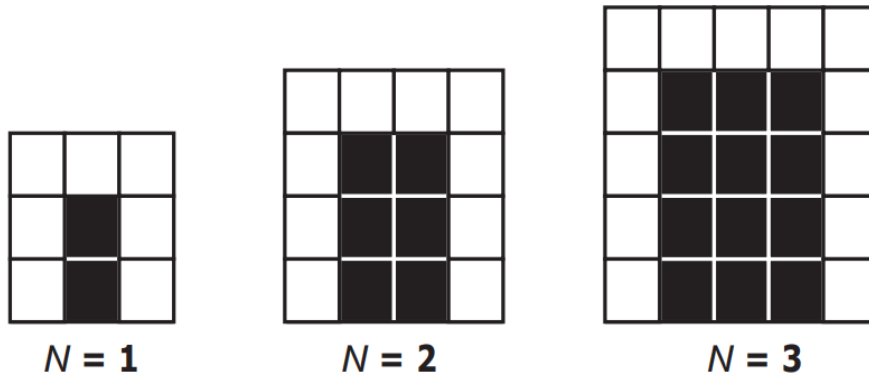
5. Na sequência de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, ...), cada um de seus termos, a partir do terceiro, é igual à soma dos dois termos imediatamente anteriores. Essa sequência pode ser utilizada como uma forma de aproximação na conversão de quilômetro para milha (unidade de comprimento utilizada em alguns países de língua inglesa). Veja a relação.

8 km	↔	5 mi
13 km	↔	8 mi
21 km	↔	13 mi
34 km	↔	21 mi
55 km	↔	34 mi

Então, se o velocímetro de um carro importado estiver assinalando 55 mi/h, essa velocidade, em quilômetro por hora, será mais próxima de

- (A) 34.
(B) 55.
(C) 89.
(D) 144.
(E) 256.
6. Uma sequência numérica infinita ($e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$) tal que a soma dos n termos iniciais é igual a $n^2 + 6n$. O quarto termo dessa sequência é igual a
- (A) 9.
(B) 13.
(C) 17.
(D) 32.
(E) 40.

7. Um artista plástico criará murais com azulejos pretos e brancos, seguindo o padrão indicado nas figuras.



Representando por N a quantidade de colunas de azulejos pretos, observa-se que para N igual a 1, 2 e 3 os murais terão, respectivamente, 7, 10 e 13 azulejos brancos.

A expressão algébrica que representa a quantidade de azulejos brancos presentes em um mural, em função do número N de colunas de azulejos pretos, é

- (A) $3N + 4$.
 (B) $3N + 1$.
 (C) $N^2 + N$.
 (D) $N^2 + 4$.
 (E) $N^2 + 7$
8. Observe a sequência de espaços identificados por letras

$$\frac{6}{a} \quad \frac{1}{b} \quad \frac{1}{c} \quad \frac{1}{d} \quad \frac{1}{e} \quad \frac{1}{f} \quad \frac{1}{g} \quad \frac{1}{h} \quad \frac{5}{i} \quad \frac{1}{j}$$

Cada espaço vazio deverá ser preenchido por um número inteiro e positivo, de modo que a soma dos números de três espaços consecutivos seja sempre igual a 15. Nessas condições, no espaço identificado pela letra g deverá ser escrito o número

- (A) 6.
 (B) 7.
 (C) 3.
 (D) 4.
 (E) 5.

9. Considere a sequência infinita IBGEGBIBGEGBIBGEG... A 2016^a e a 2017^a letras dessa sequência são, respectivamente:
- (A) BG;
 - (B) GE;
 - (C) EG;
 - (D) GB;
 - (E) BI.

10. (Enem, 2019) Após o Fórum Nacional Contra a Pirataria (FNCP) incluir a linha de autopeças em campanha veiculada contra a falsificação, as agências fiscalizadoras divulgaram que os cinco principais produtos de autopeças falsificados são: rolamento, pastilha de freio, caixa de direção, catalisador e amortecedor.

Disponível em: www.oficinabrasil.com.br. Acesso em: 25 ago. 2014 (adaptado).

Após uma grande apreensão, as peças falsas foram cadastradas utilizando-se a codificação:

1: rolamento, 2: pastilha de freio, 3: caixa de direção, 4: catalisador e 5: amortecedor.

Ao final, obteve-se a sequência: 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4,... que apresenta um padrão de formação que consiste na repetição de um bloco de números. Essa sequência descreve a ordem em que os produtos apreendidos foram cadastrados. O 2 015º item cadastrado foi um(a)

- (A) rolamento.
- (B) catalisador.
- (C) amortecedor.
- (D) pastilha de freio.
- (E) caixa de direção.

Se liga!

Sua específica é Exatas e quer continuar treinando esse conteúdo?
Clique [aqui](#) para fazer uma lista extra de exercícios.

Gabaritos

Exercícios de fixação

1. $a_n = 1 + 3n$

Como o primeiro termo é igual a $1 + 3 \cdot 1$, o segundo a $1 + 3 \cdot 2$, o terceiro a $1 + 3 \cdot 3$ e assim sucessivamente, a lei é $a_n = 1 + 3n$.

2. **C**

Em cada linha horizontal, para passar de uma figura para a seguinte (do lado), movemos cada quadrado sombreado uma unidade para a direita (se o quadrado estiver no fim da linha e não puder ir para a direita, ele irá para a primeira posição da linha seguinte). Assim, o quadrado que completa a sequência é o da letra **C**.

3. **16**

Como proposto pela fórmula de recorrência, cada termo da sequência, a partir do segundo, é o anterior mais 3. Assim, $a_2 = a_1 + 3 = 4 + 3 = 7$, $a_3 = a_2 + 3 = 7 + 3 = 10$, $a_4 = a_3 + 3 = 13$, $a_5 = a_4 + 3 = 13 + 3 = 16$.

4. $x = 2$

A cada par de números opostos consecutivos (1 e -2 , 3 e -4 , 5 e -6 , etc.), temos que a soma deles é igual a -1 . Como a sequência termina em -500 , temos 250 duplas cuja soma é igual a -1 . Além disso, temos 500 vezes a incógnita x aparecendo na sequência. Então, a equação pode ser reescrita como $500x - 250 = 750 \rightarrow 500x = 1000 \rightarrow x = 2$.

5. **i**

A sequência se repete a cada quatro termos (ou seja, a sequência se baseia na repetição do quarteto $(1, i, -1, -i)$). Como a divisão de 106 por 4 resulta em 26 e resto 2, isso significa que temos 26 quartetos completos de $(1, i, -1, -i)$ e que o centésimo sexto termo dessa sequência será o segundo do próximo quarteto. Isto é, i . Você pode não saber, mas essa sequência é especial: é a sequência das potências da unidade imaginária, i .

Exercícios de vestibulares

1. **D**

Lembrando que um termo qualquer da sequência de Fibonacci, a partir do terceiro, é obtido através da soma dos dois imediatamente anteriores, podemos montar a sequência:
(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377)

2. **C**

A sequência de números pentagonais é tal que, de um termo para o outro, somam-se, sequencialmente, 4, 7, 10, 13, 16, ... unidades (isto é, sempre se aumenta uma quantidade 3 unidades a mais que o último aumento). Ou seja, da primeira figura para a segunda somamos 4 unidades. Da segunda para a terceira, 7. Da terceira para a quarta, 10. Da quarta para quinta, 13. E assim sucessivamente. Logo, o próximo número pentagonal é $22 + 13 = 35$.

3. E

Temos que essa sequência está toda em módulo, logo:

$$a_3 = 4 - 7 = 3$$

$$a_4 = 3 - 4 = 1$$

$$a_5 = 1 - 3 = 2$$

$$a_6 = 2 - 1 = 1$$

$$a_7 = 1 - 2 = 1$$

$$a_8 = 1 - 1 = 0$$

4. A

32 → 27 (−5 unidades)

27 → N (não sei)

N → 30 (não sei)

30 → 38 (+8 unidades)

38 → 33 (−5 unidades)

Observe os dois últimos (+8 e −5) → essa é a sequência, já que começa com −5:

$$32 - 5 = 27$$

$$27 + 8 = 35$$

$$35 - 5 = 30$$

$$30 + 8 = 38$$

$$38 - 5 = 33$$

5. C

Dando continuidade à sequência apresentada no enunciado, temos:

$$8\text{km} \leftrightarrow 5\text{mi}$$

$$13\text{km} \leftrightarrow 8\text{mi}$$

$$21\text{km} \leftrightarrow 13\text{mi}$$

$$34\text{km} \leftrightarrow 21\text{mi}$$

$$55\text{ km} \leftrightarrow 34\text{ mi}$$

$$89\text{ km} \leftrightarrow 55\text{ mi}$$

Logo, para 55 milhas, temos 89 quilômetros.

6. B

Para $n = 4$, soma dos quatro termos iniciais, temos $4^2 + 6 \cdot 4 = 16 + 24 = 40$

Para $n = 3$, soma dos três termos iniciais, temos $3^2 + 6 \cdot 3 = 9 + 18 = 27$

Logo, o quarto termo é a diferença de ambos, ou seja, $40 - 27 = 13$.

7. A

Testando as alternativas, para $N = 1$, temos que apenas a letra **A** atende ao resultado. Logo a alternativa correta é a letra **A**.

8. A

Observe que a soma dos algarismos sobre as letras **B** e **C** deve ser igual a **9**, pois, somados ao **6**, que está sobre a letra **A**, temos $6 + 9 = 15$. Como a soma dos números sobre **B**, **C** e **D** deve ser também igual a **15**, note que o número sobre a letra **D** deve ser também igual a **6**. Isso porque a soma dos números sobre **B** e **C** é igual a **9**, e com mais **6** temos novamente **15**. Como o número sobre **D** deve ser **6**, os números sobre **E** e **F** devem somar **9** (seguindo o mesmo raciocínio para que **D**, **E**, **F** somem **15**). Assim, o número sobre **G** deve ser **6** (para que os números sobre **E**, **F** e **G** somem **15**). Portanto, o número sobre a letra **G** é **6**.

9. E

Perceba que a sequência sempre repete as 6 letras IBGEGB. Como $6 \cdot 336 = 2016$, a letra B ocupa a posição 2016, e a letra I ocupa a posição 2017.

10. E

Observe que os códigos se repetem de 8 em 8. Logo, sendo $2015 = 251 \cdot 8 + 7$, podemos concluir que a resposta é 3, ou seja, caixa de direção.
